

Quel plan d'échantillonnage choisir ?

Application à la contamination par *Listeria monocytogenes* dans des lardons

N. COMMEAU

24/11/2011

Contexte

- *L. monocytogenes* est un pathogène ubiquitaire, rencontré aussi bien dans les aliments que dans l'environnement de l'entreprise
- La contamination croisée existe à plusieurs étapes du procédé de fabrication des lardons
- La contamination croisée peut se produire entre des produits appartenant à des lots différents
- L'entreprise ne pratique pas de contrôle libérateur

Contexte

- *L. monocytogenes* est un pathogène ubiquitaire, rencontré aussi bien dans les aliments que dans l'environnement de l'entreprise
- La contamination croisée existe à plusieurs étapes du procédé de fabrication des lardons
- La contamination croisée peut se produire entre des produits appartenant à des lots différents
- L'entreprise ne pratique pas de contrôle libératoire
- On considère une période de production (1 mois, 1 an, ...) indépendamment du lot
- Les résultats de détection à une étape de la production (par exemple sortie usine) sont cumulés durant cette période.

Contexte : prévalence

- Définition de la prévalence :
$$\frac{\text{Nb de prises d'essai positives dans 25 g}}{\text{Ensemble des prises d'essai de 25g dans une période}}$$
- On considère que la prévalence inconnue durant cette période
- Il y a une valeur de prévalence par période
- La prévalence est notée θ
- Cadre de modélisation : il existe deux valeurs θ_0 et θ_1 telles que lorsque
 - $\theta \leq \theta_0$ la prévalence est faible ;
 - $\theta_0 < \theta \leq \theta_1$, la prévalence est moyenne ;
 - $\theta_1 < \theta$, la prévalence est forte.
- Cadre de modélisation : le cahier des charges du client impose des pénalités si la prévalence n'est pas faible.

Décisions possibles de l'usine

- On dispose de n résultats de détection
- Parmi celles-ci, il y a y présences
- Quelle décision choisir en fonction de y ?

$$\left\{ \begin{array}{l} d_0 \text{ fonctionnement normal} \\ d_1 \text{ une action corrective mineure doit être apportée} \\ d_2 \text{ une action corrective majeure doit être apportée} \end{array} \right.$$

Décisions possibles de l'usine

- On dispose de n résultats de détection
- Parmi celles-ci, il y a y présences
- Quelle décision choisir en fonction de y ?

$$\left\{ \begin{array}{l} d_0 \text{ fonctionnement normal} \\ d_1 \text{ une action corrective mineure doit être apportée} \\ d_2 \text{ une action corrective majeure doit être apportée} \end{array} \right.$$

- Comment choisir n ?

Présentation des coûts

A chaque décision et à chaque type de prévalence correspond un coût :

| Décisions \ Prévalence | d_0 (fonctionnement normal) | d_1 (a. c. mineure nécessaire) | d_2 (a. c. majeure nécessaire) |
|------------------------|-------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Prévalence faible | 0 | r | R |
| Prévalence moyenne | | | |
| Prévalence forte | | | |

- Chaque décision engendre un coût intrinsèque : coût lorsque la prévalence est faible
- r et R : coût de la mise en œuvre d'une a.c. mineure et d'une a.c. majeure ($r < R$)

Estimation des coûts des décisions de l'usine

- Action corrective mineure (coût r)
 - Nettoyage renforcé pendant une semaine (1 h par jour, 2 personnes) : 250 €
 - 20 lots de chaque fournisseur contrôlés (10 fournisseurs, 1 détection par lot, 20€ par détection) : 4 000 €

Estimation des coûts des décisions de l'usine

- Action corrective mineure (coût r) : 4 250 €
 - Nettoyage renforcé pendant une semaine (1 h par jour, 2 personnes) : 250 €
 - 20 lots de chaque fournisseur contrôlés (10 fournisseurs, 1 détection par lot, 20€ par détection) : 4 000 €

Estimation des coûts des décisions de l'usine

- Action corrective mineure (coût r) : 4 250 €
 - Nettoyage renforcé pendant une semaine (1 h par jour, 2 personnes) : 250 €
 - 20 lots de chaque fournisseur contrôlés (10 fournisseurs, 1 détection par lot, 20€ par détection) : 4 000 €
- Action corrective majeure (coût R)
 - Fermeture de l'usine pendant 24h et nettoyage intégral de l'usine et des appareils (8h de nettoyage par 10 personnes) : 4 000 €
 - Perte de la production journalière (2T de lardons, marge de 5€/kg) : 10 000€

Estimation des coûts des décisions de l'usine

- Action corrective mineure (coût r) : 4 250 €
 - Nettoyage renforcé pendant une semaine (1 h par jour, 2 personnes) : 250 €
 - 20 lots de chaque fournisseur contrôlés (10 fournisseurs, 1 détection par lot, 20€ par détection) : 4 000 €
- Action corrective majeure (coût R) : 14 000 €
 - Fermeture de l'usine pendant 24h et nettoyage intégral de l'usine et des appareils (8h de nettoyage par 10 personnes) : 4 000 €
 - Perte de la production journalière (2T de lardons, marge de 5€/kg) : 10 000€

Présentation des coûts

A chaque décision et à chaque type de prévalence correspond un coût :

| Décisions | d_0 (fonctionnement normal) | d_1 (a. c. mineure nécessaire) | d_2 (a. c. majeure nécessaire) |
|--------------------|-------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Prévalence faible | 0 | | |
| Prévalence moyenne | pb | | |
| Prévalence forte | PB | | |

- Chaque état sanitaire engendre un coût : coût lorsque la décisions d_0 est prise
- pb et PB : coûts consécutifs à une prévalence moyenne et à une prévalence élevée ($pb < PB$)

Estimation des coûts des conséquences

- Le client détecte que la prévalence est moyenne (coût pb)
 - Pénalité pour non respect du cahier des charges : 6 000 €
 - 10 analyses supplémentaires (20€ par analyse) : 200 €

Estimation des coûts des conséquences

- Le client détecte que la prévalence est moyenne (coût pb) :
6 200 €
 - Pénalité pour non respect du cahier des charges : 6 000 €
 - 10 analyses supplémentaires (20€ par analyse) : 200 €

Estimation des coûts des conséquences

- Le client détecte que la prévalence est moyenne (coût pb) :
6 200 €
 - Pénalité pour non respect du cahier des charges : 6 000 €
 - 10 analyses supplémentaires (20€ par analyse) : 200 €
- Le client détecte que la prévalence est élevée (coût PB)
 - Pénalité pour non respect du cahier des charges : 6 000 €
 - Rappel des lots incriminés (4 lots, marge : 5€/kg, transport et destruction : 5€/kg, 500 kg/lot) : 80 000 €
 - Mise à disposition d'une personne pendant 3j pour répondre aux consommateurs : 1 050 €
 - Contrôle libératoire (détection et dénombrement) pendant 1 mois (20€ par analyse, 20 lots par mois, 10 analyses) : 4 000 €
 - Audit : 1 000 €

Estimation des coûts des conséquences

- Le client détecte que la prévalence est moyenne (coût pb) :
6 200 €
 - Pénalité pour non respect du cahier des charges : 6 000 €
 - 10 analyses supplémentaires (20€ par analyse) : 200 €
- Le client détecte que la prévalence est élevée (coût PB) :
92 050 €
 - Pénalité pour non respect du cahier des charges : 6 000 €
 - Rappel des lots incriminés (4 lots, marge : 5€/kg, transport et destruction : 5€/kg, 500 kg/lot) : 80 000 €
 - Mise à disposition d'une personne pendant 3j pour répondre aux consommateurs : 1 050 €
 - Contrôle libératoire (détection et dénombrement) pendant 1 mois (20€ par analyse, 20 lots par mois, 10 analyses) : 4 000 €
 - Audit : 1 000 €

Présentation des coûts

A chaque décision et à chaque type de prévalence correspond un coût :

| Décisions | d_0 (fonctionnement normal) | d_1 (a. c. mineure nécessaire) | d_2 (a. c. majeure nécessaire) |
|--------------------|-------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Prévalence faible | $0 + 0$ | r | R |
| Prévalence moyenne | $0 + pb$ | | |
| Prévalence forte | $0 + PB$ | | |

- Les différents coûts sont additionnés

Présentation des coûts

| Décisions \ Prévalence | d_0 (fonctionnement normal) | d_1 (a. c. mineure nécessaire) | d_2 (a. c. majeure nécessaire) |
|------------------------|-------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Prévalence faible | $0 + 0$ | $r + 0$ | $R + 0$ |
| Prévalence moyenne | $0 + pb$ | $r + \alpha pb$ | $R + \beta pb$ |
| Prévalence forte | $0 + PB$ | $r + \alpha PB$ | $R + \beta PB$ |

- Hypothèse : les décisions d_1 et d_2 diminuent l'impact du coût lié à l'impact sanitaire
- $0 < \beta < \alpha < 1$.

Exemple de valeurs numériques

| Décisions \ Prévalence | d_0 (fonctionnement normal) | d_1 (a. c. mineure nécessaire) | d_2 (a. c. majeure nécessaire) |
|------------------------|-------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Prévalence faible | 0 | 4 250 | 14 000 |
| Prévalence moyenne | 6 200 | $4\,250 + \alpha \cdot 6\,200$ | $14\,000 + \beta \cdot 6\,200$ |
| Prévalence forte | 92 050 | $4\,250 + \alpha \cdot 92\,050$ | $14\,000 + \beta \cdot 92\,050$ |

Exemple de valeurs numériques

$\alpha = 0,3$ et $\beta = 0,15$

| Décisions \ Prévalence | d_0 (fonctionnement normal) | d_1 (a. c. mineure nécessaire) | d_2 (a. c. majeure nécessaire) |
|------------------------|-------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Prévalence faible | 0 | 4 250 | 14 000 |
| Prévalence moyenne | 6 200 | 6 110 | 14 930 |
| Prévalence forte | 92 050 | 31 865 | 27 808 |

Décision et seuil

- Seuils de prévalence
 - Limite entre la prévalence faible et la prévalence moyenne :
 $\theta_0 = 0,2$
 - Limite entre la prévalence moyenne et la prévalence forte :
 $\theta_1 = 0,6$.
- Seuils de décision
 - $y \leq c_1 \Rightarrow d_0$;
 - $c_1 < y \leq c_2 \Rightarrow d_1$;
 - $y > c_2 \Rightarrow d_2$.

De plus, c_1 et c_2 dépendent de n .

Avec le coût d'échantillonnage

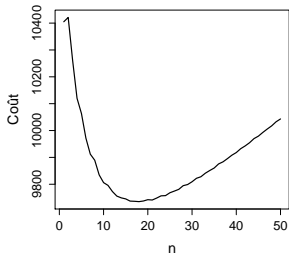


FIGURE: Coût moyen en fonction de n . Le minimum est atteint pour $n = 18$ ($c_1 = 5$ et $c_2 = 12$).

Conclusion : étapes pour mener une telle étude

- 1 Définir l'ensemble sur lequel on travaille : lot ? période de production ?
- 2 Modéliser la variabilité de la prévalence
- 3 Définir l'ensembles des décisions et des conséquences possibles
- 4 Déterminer les coûts
- 5 Calculs probabilistes